

COMPARATIVE ANALYSIS OF MAGNETIZATION CURVES AND THE CHAN HYSTERESIS MODEL FOR MAGNETIC CONDUCTORS MADE OF SOFT AMORPHOUS IRON-BASED ALLOYS

Bedritskiy I.M, Mirasadov M.J., Bazarov L.X.

Tashkent State Transport University (Tashkent, Uzbekistan)

Abstract. The article compares two magnetization models for magnetically soft amorphous alloys: the main magnetization curve using approximation functions in the form of an incomplete polynomial of odd degree and the Chan hysteresis model. The relative error of modeling is chosen as a criterion for the accuracy of the model. The purpose of the study is an objective assessment of models according to the criteria of simplicity and accuracy. In the study, the least squares method was used to simulate the main magnetization curve and the method of optimizing the Chan hysteresis loop using experimental and reference data. The final conclusion about the advantages of a particular model can be made only on the basis of the final goals of the analysis, since both hysteresis models have approximately the same errors equal to 5-9% in some areas.

Keywords. magnetization curve, approximating function, Chan hysteresis model, Gills-Atherton isotropic hysteresis model, method error.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРИВЫХ НАМАГНИЧИВАНИЯ И МОДЕЛИ ГИСТЕРЕЗИСА ЧАНА ДЛЯ МАГНИТОПРОВОДОВ ИЗ МАГНИТОМЯГКИХ АМОΡФНЫХ СПЛАВОВ НА ОСНОВЕ ЖЕЛЕЗА

Бедрицкий И.М, Мирасадов М.Ж., Базаров Л.Х.

Ташкентский государственный транспортный университет (Ташкент, Узбекистан)

Аннотация. В статье производится сравнение двух моделей намагничивания для магнитомягких аморфных сплавов: основной кривой намагничивания с использованием аппроксимационных функций в виде неполного полинома нечетной степени и модели гистерезиса Чана. В качестве критерия точности модели выбрана относительная погрешность моделирования. Целью исследования является объективная оценка моделей по критериям простоты и точности. При исследовании применялись метод наименьших квадратов для моделирования основной кривой намагничивания и метод оптимизации петли гистерезиса Чана с применением экспериментальных и справочных данных. Окончательный вывод о преимуществах той или иной модели может быть принят только на основании конечных целей анализа, так как обе модели гистерезиса на отдельных участках имеют примерно одинаковые погрешности, равные 5-9%.

Ключевые слова: кривая намагничивания, аппроксимирующая функция, модел гистерезиса Чана, изотропная модел гистерезиса Джилса-Атертона, погрешност метода.

Введение В аналитической аппроксимации характеристик намагничивания ферромагнитных материалов возникает необходимость при анализе устройств, имеющих в своей конструкции ферромагнитные элементы, Для аппроксимации петли гистерезиса в таких материалах наиболее часто используют модели Джилса-Атертона, [4,5,6,7,9, 15], Чана [8, 10,13], Прейзаха [19], Шевчука [18] и другие модели. Однако, если магнитные компоненты в названных

устройствах работают при высоких значениях магнитной индукции, то пользуются основной кривой намагничивания, которую аппроксимируют подходящим алгебраическим выражением.

Наиболее часто для аппроксимации кривой намагничивания используется гиперболический синус, арктангенс, полные и неполные полиномы n -ой степени, где n – целое нечетное число. Исследования с использованием магнитных компонентов показали, что наиболее приемлемым способом аппроксимации зависимости $B=f(H)$ является именно использование неполных полиномов нечетной степени [1], дающее приемлемые результаты при простоте преобразования аппроксимирующих выражений.

Использование выбранного метода для моделирования зависимости $B=f(H)$ в ферромагнитных устройствах зависит от глубины изучения происходящих в них процессов. Требование простоты аналитических выражений для аналитических преобразований является определяющим при качественном анализе ферромагнитных устройств, в этом случае обычно используют аналитическое описание кривой намагничивания. Однако, при более глубоком изучении происходящих процессов, например, при изучении количественных параметров работы устройства, может понадобиться описание процесса намагничивания с использованием одной из существующих моделей петли гистерезиса.

С точки зрения применения того или иного метода, научный интерес представляет сравнительный анализ описания процесса намагничивания с помощью кривых намагничивания и с помощью петель гистерезиса, с целью выявления оптимального способа для той или иной решаемой задачи, а также оценка погрешности при применении обоих методов расчета.

Методы. При исследовании в качестве моделей применялись сердечники из магнитомягких аморфных сталей и аморфных сплавов на основе железа, экспериментальная кривая намагничивания которых снималась на переменном токе частотой 50 Гц по методике, описанной в [3] или брались из справочников [11,12,17]. Внешний вид основных кривых намагничивания для сплавов АМАГ 321 и АМАГ 492 показан на рис. 1. Из кривых видно, что для этих магнитомягких аморфных сплавов насыщение наступает уже при низких значениях напряженности магнитного поля ($H \approx 200-400$ А/м) по сравнению с холоднокатаной электротехнической сталью, для которой напряженность насыщения равна 600-1000 А/м, что свидетельствует о высоком значении относительной магнитной проницаемости этих сплавов.

В качестве выражения для аппроксимации кривой намагничивания сплавов приемлемый неполный полином нечетной степени вида $H=kB^9$, широко применяемый для аппроксимации зависимости $B=f(H)$ для холоднокатаных электротехнических сталей, где он показал хорошие результаты при расчете устройств с ферромагнитными элементами [2,3]. Линейный коэффициент k в аппроксимирующем выражении $H=kB^9$ был рассчитан исходя из минимума суммарной квадратичной погрешности по методу наименьших квадратов, переход от нелинейной функции к линейной осуществлялся с использованием соответствующих замен [14,16]. На конечном этапе расчетов использовалось выражение

$$k = \frac{\sum_{i=1}^N B_i^n * \sum_{i=1}^N H_i - N \sum_{i=1}^N B_i^n * H_i}{(\sum_{i=1}^N B_i^n)^2 - N \sum_{i=1}^N B_i^{2n}},$$

модифицированное для условия прохождения кривой через начало координат, где N - количество экспериментальных точек на кривой намагничивания; i – номер точки; B_i , H_i – экспериментальные значения соответственно магнитной индукции и напряженности магнитного поля в i -ой точке.

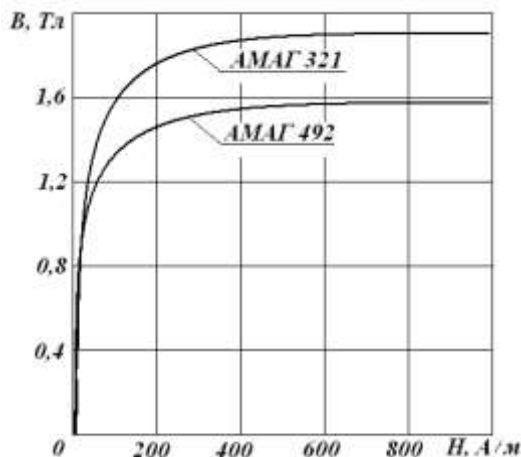


Рис. 1. Кривые намагничивания аморфных сплавов на основе железа.

Для сердечников из магнитомягкого аморфного сплава на основе железа марок АМАГ 321 (индукции насыщения 1,85 Тл) и АМАГ 492 (индукции насыщения 1,6 Тл) в диапазоне изменения индукций от 0 до величины индукции насыщения были получены следующие аппроксимирующие выражения:

$$H = 14,66B^9 \text{ – для сплава АМАГ 492; } H = 14,66B^9 \text{ – для сплава АМАГ 321.}$$

Графики основных кривых намагничивания аморфных сплавов АМАГ-321 и АМАГ 492 с аппроксимирующими функциями показаны на рис. 2. Из графиков функций видно, что по критерию точности все они в достаточной степени подходят для аппроксимации основной кривой намагничивания сплавов АМАГ-321 и АМАГ 492.

Для оценки погрешностей исследуем характер изменения относительной погрешности аппроксимации при изменении напряженности магнитного поля.

Относительная погрешность аппроксимации для каждой из экспериментальных точек может быть вычислена по выражению $\delta(\%) = \left| \frac{B_i - B_{iA}}{B_i} \right| \cdot 100\%$, где B_i – экспериментальное значение магнитной индукции в i -й точке; B_{iA} – значение магнитной индукции, вычисленное по аппроксимирующей функции.

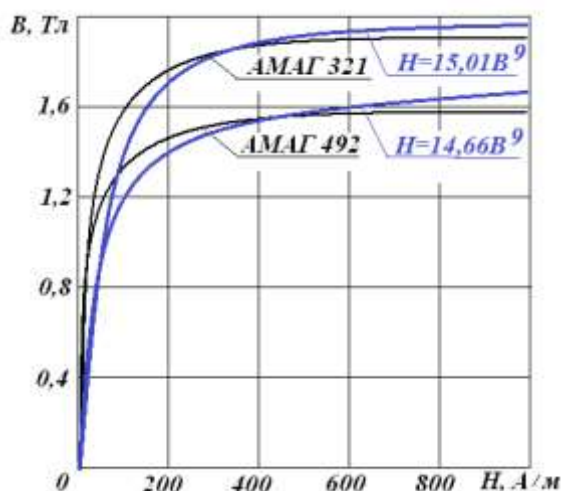


Рис. 2. Кривые намагничивания и их аппроксимирующие функции для сплавов АМАГ-321 и АМАГ 492

Кривые зависимости $\delta(\%)=f(B)$ при аппроксимации неполным полиномом степени 9 для сердечников из аморфных сплавов АМАГ-321 и АМАГ 492 показаны на рис. 3.

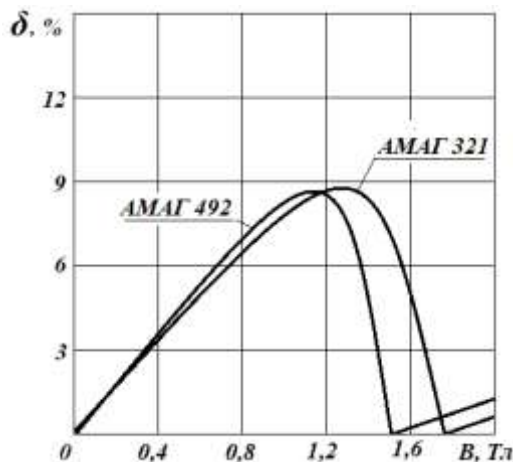


Рис. 3. Погрешности аппроксимации для сплавов АМАГ 321 и АМАГ 492

Из графиков видно, что погрешности при аппроксимации полиномами со степенями 9 дают погрешности, не превышающие 9%, что можно считать допустимым при расчете ферромагнитных элементов на основе аморфных сплавов.

Рассмотренные выше способы аппроксимации кривой намагничивания заранее являются приближенными, так как реально любой ферромагнитный материал намагничивается по гистерезисной петле. Поэтому представляет интерес математическое описание процесса намагничивания материала с учетом гистерезиса. Для моделирования будем использовать петли гистерезиса для материалов АМАГ 321 и АМАГ 492., полученные с помощью гистерезисной модели Чана [8]. Эта модель, в отличие от изотропной модели гистерезиса Джилса-Афтертона [4], намного проще, так как в качестве исходных данных для ее построения достаточно использовать только три параметра, которые могут быть найдены из справочных данных [11,12,17]: коэрцитивная сила H_c (А/м); остаточная индукция B_r (Тл) и индукция насыщения B_s (Тл), тогда как для модели Джилса-Афтертона потребуется не менее семи данных, некоторые из которых не являются справочными и требуют дополнительных вычислений.

Известно, что общая намагниченность M состоит из трех составляющих: безгистерезисной намагниченности M_{an} , обратимой (реверсивной) намагниченности M_{rev} , необратимой намагниченности M_{irr} , а связь между намагниченностью M , напряженностью магнитного поля H и величиной магнитной индукции B описывается выражением

$$B = \mu_0(M + H).$$

Намагниченность M ферромагнетика во внешнем магнитном поле зависит от величины внутреннего поля H_e , равного $H_e = H + \alpha M$, где α – коэффициент, учитывающий эффект взаимодействия внешнего и внутреннего магнитного поля. Из-за малой величины α , равной $4-6 \cdot 10^{-5}$ в источниках [13] его рекомендуют принимать равным нулю, таким образом получается $H_e \approx H$.

Величина безгистерезисной намагниченности M_{an} описывается функцией Ланжевина в виде

$$M_{an} = M_s \cdot \coth\left(\frac{H}{A}\right) - \left(\frac{A}{H}\right), \quad (1)$$

где M_s – намагниченность, соответствующая индукции насыщения; A – величина напряженности магнитного поля, изменяется в пределах от 0,1 до 10000, выбирается по внешнему виду петли гистерезиса так, чтобы кривая M_{an} проходила через точки (0,0) и (H_c , B_r) гистерезисной кривой, где H_c и B_r – соответственно коэрцитивная сила и остаточная магнитная индукция.

Нисходящая и восходящая ветви гистерезисной кривой, выраженные через намагниченности, могут быть описаны выражением [10]

$$M = M_s \frac{H + H_c}{|H \pm H_c| + H_c \left(\frac{M_s}{M_r} - 1 \right)}, \quad (2)$$

где M_r – намагниченность, соответствующая остаточной магнитной индукции; знак «+» в выражении $|H \pm H_c|$ соответствует восходящей ветви гистерезиса, а знак «-» – нисходящей ветви

Из [4] известно, что общее намагничивание M является суммой двух компонентов – необратимого намагничивания M_{irr} и обратимого намагничивания M_{rev}

$$M = M_{irr} + M_{rev}. \quad (3)$$

Переходя от намагниченности M к индукции B через выражение $B = \mu_0(H + M)$ и используя значения $H \approx H_c$, выражения для индукции B_1 и B_2 соответственно на нисходящей и восходящей ветвях после преобразования выражения (2) могут быть записаны в виде

$$B_1(H) = \mu_0 H + B_r \frac{H + H_c}{|H + H_c| + H_c \left(\frac{B_m}{B_r} - 1 \right)} + (1 - K) B_s \left[\coth\left(\frac{H}{A}\right) - \frac{A}{H} \right] \quad (4)$$

$$B_2(H) = \mu_0 H + B_r \frac{H + H_c}{|H - H_c| + H_c \left(\frac{B_m}{B_r} - 1 \right)} + (1 - K) B_s \left[\coth\left(\frac{H}{A}\right) - \frac{A}{H} \right], \quad (5)$$

где B_m – максимальное значение магнитной индукции в опыте; $K = B_r/B_s$ – безразмерный коэффициент, характеризующий, отношение объёмной доли магнитного материала, в котором перемагничивание путем смещения доменных границ необратимо, к общему объёму магнитного материала [10]; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Выполним расчеты для нахождения зависимостей $B=f(H)$ для аморфных сплавов АМАГ 321 и АМАГ 492 на основе железа по формулам (4) и (5), для чего воспользуемся данными, приведенными в таблице 1.

Табл. 1

Сплав	Hc, А/м	Br, Тл	Bs, Тл	Дополнительно рассчитанные параметры			
				Ms, А/м	K	A, А/м	Bm, Тл
АМАГ 321	30	1,32	1,80	$1,32 \cdot 10^4$	0,5	118	1,85
АМАГ 492	8	0,9	1,56	$1,27 \cdot 10^4$	0,462	32	1,6

По результатам расчетов построим гистерезисные кривые зависимостей $B=f(H)$ для аморфных сплавов АМАГ 321 и АМАГ 492 в пределах изменения напряженностей магнитного поля от -1000 до +1000 А/м или изменения магнитных индукций от -2 до +2 Тл. Графики гистерезисных кривых показаны на рис. 4.

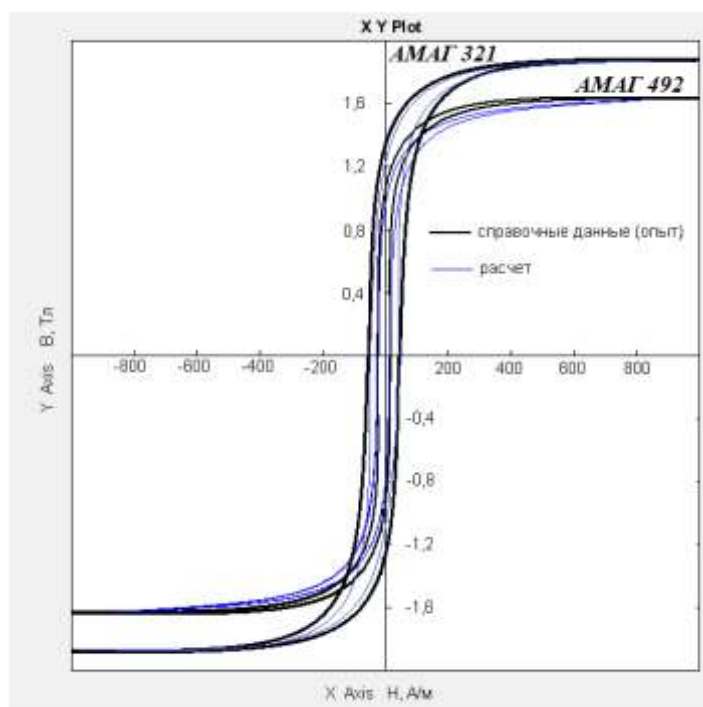


Рис. 4. Расчетные и экспериментальные графики гистерезисных кривых зависимости $B=f(H)$ для сплавов АМАГ 321 и АМАГ 492, построенные с использованием модели гистерезиса Чана

Из приведенных на рис. 4 графиков видно хорошее совпадение расчетных и экспериментальных кривых, которые в опорных точках (точка начала координат, точка с коэрцитивной силой H_c и остаточной магнитной индукцией B_r и точка с предельной величиной напряженности магнитного поля, в нашем случае равном 800 А/м) практически совпадают. Наибольшее различие экспериментальных и расчетных графиков гистерезисных петель наблюдается на участке наибольшего изгиба кривой намагничивания. На участках линейной зависимости $B=f(H)$ и участке насыщения кривой намагничивания погрешности расчетов минимальны.

Results and Discussion

Сравним кривые намагничивания аморфных материалов, полученных путем их аппроксимации алгебраическим выражением и их гистерезисных петель, полученных с помощью модели Чана. В качестве критерия сравнения может быть использована величина относительной

погрешности моделирования, вычисляемой по выражению $\delta(\%) = \left| \frac{B_i - B_{iA}}{B_i} \right| \cdot 100\%$, где B_i –

экспериментальное значение магнитной индукции в i -й точке; B_{iA} – значение магнитной индукции, вычисленное по аппроксимирующей функции и с применением модели Чана в этой же точке.

На рис. 5 приведены графики зависимости относительной погрешности моделирования $\delta(\%) = f(B)$ для сплавов АМАГ 321 и АМАГ 492 при использовании модели гистерезиса Чана.

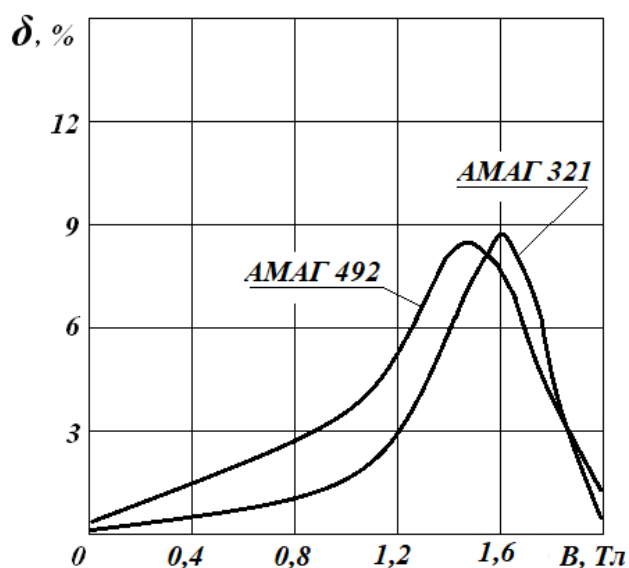


Рис. 5. Графики зависимости $\delta(\%) = f(B)$ для сплавов АМАГ 321 и АМАГ 492 для модели гистерезиса Чана

Conclusion

1. Из графиков, приведенных на рис. 3 и рис. 5 видно, что относительные погрешности аппроксимации кривой намагничивания и модели гистерезиса Чана мало отличаются друг от друга, и по этому признаку и модел кривой намагничивания, полученная путем аппроксимации кривой намагничивания ферромагнитного материала, и модел гистерезиса Чана могут быть приняты для анализа устройств на базе магнитомягких аморфных материалов, в том числе работающих в режиме насыщения.

2. Окончательный вывод о преимуществах той или иной модели может быть принят только на основании конечных целей анализа, так как обе модели допускают погрешности, равные 7-9% от основной величины магнитной индукции.

References

1. Bedritskiy I.M. Comparative analysis of analytical expressions for approximating the magnetization curves of electrical steels. – Proceedings of higher educational institutions. Electro mechanics. 2011. №6. С.39-42
2. Bedritskiy I.M., Juraeva K.K., Bazarov L. Kh., Nazirova Z.G. Using Incomplete Polynomials to Approximate of Magnetization Curves of Electrical Steels. 2023/ AIP Conference Proceedings, 2612, 060003
3. Bedretskiy, I., Jurayeva, K., Bazarov, L., Nazirova, Z. Stability of the parametric phase multiplier at the fundamental frequency/.2022. AIP Conference Proceedings 2467,080043
4. D. Jiles, D. Atherton. Theory of ferromagnetic hysteresis///Journal of Magnetism and Magnetic Materials. Pp.48-60.–1986
5. D. Jiles, J. Thoelke, and M. Devine, “Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using theory of erromagnetic hysteresis,” *IEEE Transactions on magnetics*, pp. 27–35, 1992
6. G. Bertotti. Hysteresis in magnetism. San Diego, Academic Press (1998) 558 p.
7. J. V. Leite, S. L. Avila, N. J. Batistela, W. P. Carpes, N. Sadowski, P. Kuo-Peng, and J. P. A. Bastos, “Real coded genetic algorithm for Jiles-Atherton model harameters identification,” *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 40, pp. 888–891, 2004

8. John H. Chan, Andrei Vladimirescu, Xiao-Chun Gao, Peter Liebmann and John Valainis. Nonlinear Transformer Model for Circuit Simulation. TRANSACTIONS ON COMPUTER-AIDED DESIGN. VOL.10.1991. № 4
9. Romain Marion, Riccardo Scorretti, Nicolas Siauve, Marie-Ange Raulet, Laurent Krähenbühl. Identification of Jiles-Atherton model parameters using Particle Swarm Optimization. // Compumag 2007, Jun 2007, Aachen, Germany. pp.1003. hal-00179710s/1-4
10. V. Y. Vvedenskiy, E. N. Tokmakova. Model of the hysteresis loop of soft-magnetic amorphous alloys with the usage of a modified linear fractional function. / Letters on Materials 11 (2), 2021 pp. 158-163
11. Аморфные магнитомягкие сплавы и их применение в источниках вторичного электропитания: Справочное пособие/ В.И. Хандогин, А.В. Райкова, Н.Н. Ершов и др.; под ред. Хандогина В.И. –М.: 1990.– 170 с.
12. Аморфные металлы. Судзуки К., Фудзимори Х., Хасимото К./ Под ред. Масумото Ц.Пер с япон. –М.: Металлургия, 1987.–328 с.
13. Володин В. Гистерезисная модел нелинейной индуктивности симулятора LNspice//Силовая электроника.2010. №1. с. 158-163
14. Курбатова Е.А. MATLAB7. Самоучитель. М.: «Вильямс», 2006.–256 с. 2017. № 9-3 (25). С. 170-172.
15. Филимонов С.И. Разработка имитационной модели петли гистерезиса в программном комплексе MATLAB/Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова 2016, №2. с.7-15
16. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. 2007.-с.278
17. Стародубцев Ю.Н. Магнитомягкие материалы. Энциклопедический словарь-справочник. Москва: Техносфера, 2011.664 с.
18. Szewczyk, R.; Frydrych, P. (2010). "Extension of the Jiles–Atherton model for modelling the frequency dependence of magnetic characteristics of amorphous alloy cores for inductive components of electronic devices". Acta Physica Polonica A. 118 (5): 782. Bibcode:2010AcPPA.1
19. F. Preisach. Z. Phys. 94 (5-6), 277 (1935).

Сведения об авторах / Information about authors

Бедрицкий Иван Михайлович Ташкентский государственный транспортный университет доктор технических наук, профессор кафедры «Электроснабжения», ТГТУ Тел.: +9989 (90) 947-25-92. E-mail: kaktus00@list.ru

Мирасадов Миркомил Жалол угли, Ташкентский государственный транспортный университет (ТГТУ). докторант кафедры «Электроснабжения», ТГТУ Тел.: +9989 (90) 905-77-75. E-mail: mir.32.ttyimi@mail.ru

Базаров Лазиз Холбобоевич, Ташкентский государственный транспортный университет (ТГТУ). докторант кафедры «Электроснабжения», ТГТУ Тел.: +9989 (93) 578-93-80. E-mail: laziz.bozorov@gmail.com

Bedritsky Ivan Mikhailovich Tashkent State Transport University (TSTU). Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of "Power Supply", TSTU Phone: +9989 (93) 578-93-80. E-mail: kaktus00@list.ru

Mirasadov Mirkomil Jalol ugli, Tashkent State Transport University (TSTU). doctoral student of the Department of "Power Supply", TSTU Phone: +9989 (90) 905-77-75. E-mail: mir.32.ttyimi@mail.ru

Bazarov Laziz Kholboboevich, Tashkent State Transport University (TSTU). doctoral student of the Department of "Power Supply", TSTU Phone: +9989 (93) 578-93-80. E-mail: laziz.bozorov@gmail.com